



مجتمع آموزش عالی گناباد

به نام خدا

شیمی صنعتی ۱

بخش مکانیک سیالات

(مخصوص دانشجویان شیمی کاربردی)

دکتر ولی اله ماندنی پور

۲۶	آزمایش رینولدز
۲۷	لایه مرزی هیدرودینامیکی
۲۸	معادلات عمومی بقای حجم کنترل
۳۰	معادله انرژی
۳۴	معادله برنولی
۳۹	جریان لزج در لوله ها و کانال ها
۳۹	جریان یکنواخت پایدار در کانال باز
۴۰	جریان در لوله
۴۱	معادله دارسی
۴۲	افت فرعی
۴۳	فصل چهارم: آنالیز ابعادی
۴۳	عدد رینولدز
۴۳	عدد اولر
۴۳	عدد وبر
۴۳	عدد استروهل
۴۳	عدد ماخ
۴۳	عدد فرود

نام درس:	استاد:	مقطع:	پیش نیاز:
شیمی صنعتی ۱	دکتر ولی اله ماندنی پور	کارشناسی	اصول محاسبات شیمی
نحوه ی ارزشیابی:			
ارزشیابی مستمر و کوئیز: ۲ نمره	میانترم: ۸ نمره	پایانترم: ۱۰ نمره	
هدف کلی: آشنایی دانشجویان با مفاهیم پدیده های انتقال شامل جرم، حرارت و ممنتوم			
مراجع: مکانیک سیالات (استریتز، وایت)، انتقال حرارت (هولمن، اینکروپرا)، انتقال جرم (تریبال، چالکش امیری)			
هفته	موارد مورد بحث		
اول	معارفه، تعاریف اولیه (مکانیک سیالات، سیال، تنش برشی، قانون ویسکوزیته نیوتن، ... ) بررسی تمرین های قانون ویسکوزیته نیوتن، معرفی آحاد و ابعاد مختلف، ویسکوزیته سینماتیکی و دینامیکی بررسی تمرین های قانون ویسکوزیته نیوتن، معرفی آحاد و ابعاد مختلف، ویسکوزیته سینماتیکی و دینامیکی		
دوم	سیالات در حالت سکون، کشش سطحی، اصل پاسکال و اصل ارشمیدوس و نیروی شناورسازی		
دوم	استاتیک سیالات، فشار در یک سیال تراکم پذیر، آحاد و مقیاس های اندازه گیری فشار		
سوم	مفاهیم جریان سیال و معادلات بنیادی حجم کنترل، جریان آرام و جریان متلاطم، قانون بقای جرم، اصل پیوستگی، قانون بقای انرژی		
چهارم	معادله انرژی برای جریان پایدار سیال و بررسی تمرین های مربوط به آن		
چهارم	معادله برنولی و محاسبه قدرت پمپ ها در یک خط انتقال و انواع افت ها		

\* باہر مہندی

• میون ٹرم 8 نمبر

• پانچ ٹرم 10 نمبر

• کوئیز 2 نمبر

• نمبر کلاس ارفاق

کامیڈی سلاہ سے

منابع: اسٹریٹر، وادی

انتقال حارس

ہولین، اسکروپرا

انتقال جرم

تریبال، جاکس امیر

سیال به بدون داشتن یک قالب شکل دهنده، شکل به خود نمی گیرند. عامل جاری شدن سیال به وزن آن هاست و آن ها شکل ظرف را پیدا می کنند که درون آن قرار می گیرند.

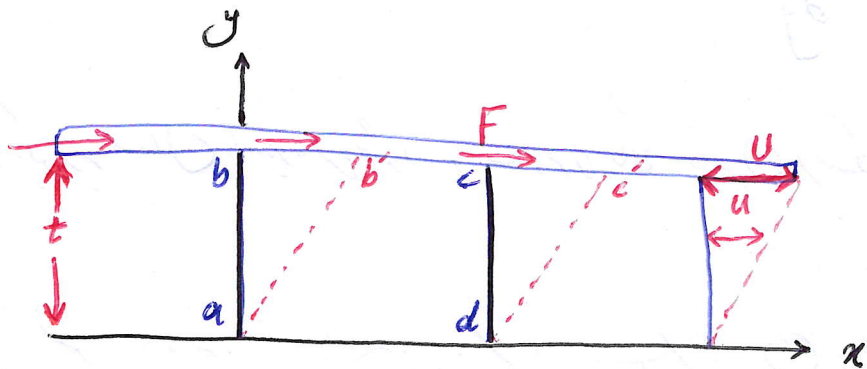
\* ماده جامد وقتی تحت تأثیر تنش برشی قرار بگیرد، دچار تغییر شکل محدود و مشخص می شود و یا به طور کلی می شکند.

**تنش برشی متوسط:** عبارت است از حاصل تقسیم نیروی برشی بر سطح، که این نیروی برشی مولفه ی مماس بر سطح است.

$$\tau = \frac{F}{A}$$

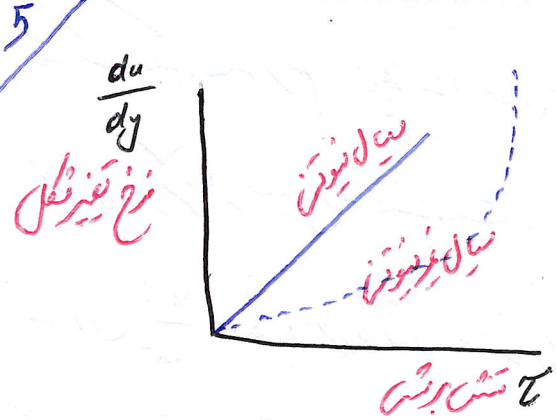
در شکل زیر ماده ای واقع در بین دو صفحه موازی و نزدیک به هم نشان داده شده است. این صفحه ها به قدری بزرگ هستند که می توان از شرایط لبه ها آن ها صرف نظر کرد. صفحه پایینی ثابت است و

صفحه بالایی با سرعت  $A$  توسط نیروی  $F$  کشیده می شود. به این ترتیب تنش برشی  $\frac{F}{A}$  بر ماده وارد می شود. زمان که نیروی  $F$  (بدون توجه به مقدار آن) باعث شود صفحه فوقانی با سرعتی یکنواخت مخالف صفر حرکت کند می توان گفت که ماده ای بین دو صفحه یک سیال است.



سیال موجود در سطح  $abcd$  برابر نیروی  $F$  به موقعیت جدید  $a'b'c'd'$  می رود. هر ذره از سیال به موازات صفحه حرکت می کند و لذا سرعت  $u$  به طور یکنواخت از صفحه پایینی که سرعت آن صفر است تا صفحه بالایی که سرعت آن  $u$  می باشد، تغییر می کند. اگر ما این





\* مایع رقیق و گازها جزو سیالات نیوتنی هستند.  
در صورتی که مایع غلیظ و هیدروکربن ها، زنجیرهای شکرین  
در دیف سیالات غیر نیوتنی قرار می گیرند.

مثال

\* پروپانل سرعت برای جریان سیال کسیرین در (ماز)  $20^\circ\text{C}$  بر روی صفحه به صورت

$$v = 36y - 472.4y^2 \quad \text{و بر حسب } \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{و } y \text{ بر حسب } \text{m} \text{ است. تنش برشی را در}$$

$y = 0$ ،  $y = 0.5 \text{ cm}$ ،  $y = 1 \text{ cm}$  و از کف تعیین کنید. آیا این یک سیال نیوتنی است؟

$$(\mu = 1.49 \text{ Pa}\cdot\text{s}) \quad y = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dy} = 36 \Rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dy} = 1.49(36) = 53.64 \text{ Pa}$$

$$y = 0.005 \text{ m} \Rightarrow \frac{dv}{dy} = 36 - 944.8(0.005) = 31.276 \Rightarrow \tau = 1.49(31.276) = 46.6 \text{ Pa}$$

$$y = 0.01 \text{ m} \Rightarrow \frac{dv}{dy} = 36 - 944.8(0.01) = 26.552 \Rightarrow \tau = 1.49(26.552) = 39.56 \text{ Pa}$$

$$y = 0.015 \text{ m} \Rightarrow \frac{dv}{dy} = 36 - 944.8(0.015) = 21.828 \Rightarrow \tau = 1.49(21.828) = 32.52 \text{ Pa}$$

نتیجه

\* پروپانل سرعت برای جریان روغن در (ماز)  $35^\circ\text{C}$  بر روی صفحه به صورت زیر می باشد:

$$v = 7y - 23y^2 + 3 \quad \text{و بر حسب } \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{و } y \text{ بر حسب متر است. تنش برشی را در } y = 0.25, y = 0$$

$$y = 0.37 \text{ و } y = 2.75 \text{ cm} \text{ از کف تعیین کنید. } (\mu = 0.885)$$

7 / **وسکوزیته (لزجیت):** خاصیتی از سیال است که به واسطه آن، در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می دهد.

وسکوزیته گازها با افزایش درجه حرارت افزایش می یابد، در حالی که وسکوزیته مایعات با افزایش درجه حرارت کاهش خواهد یافت.

مقاومت یک سیال در مقابل نیروی برشی به **جاذبه مولکولی** و **میزان اندازه حرکت مولکول ها** بستگی دارد. در یک مایع به دلیل کوچک بودن فواصل بین مولکول ها، نیروی جاذبه بین مولکول به مراتب بیشتر از گازهاست. به نظر می رسد علت اصلی وجود وسکوزیته در مایعات جاذبه مولکولی است زیرا با افزایش درجه حرارت، جاذبه بین مولکولی کم شود. وسکوزیته نیز کاهش می یابد. اما در مورد گازها، نیروی جاذبه بین مولکول بسیار کوچک هستند و آنچه باعث مقاومت در مقابل تنش برشی می شود، انتقال اندازه حرکت مولکول آن ها است.

در فشارهای معمول، وسکوزیته مستقل از فشار بوده و فقط تابع درجه حرارت می باشد. اما در فشارها بالا وسکوزیته گازها و بعضی از مایعات با تغییر فشار تغییر می کند.

\* **ضریب سیال** چه در حالت سکون و چه در حالت حرکت، اگر دو لایه مجاور نسبت به یکدیگر حرکتی نسبی داشته باشند، هیچ نوع تنش برشی ایجاد نخواهد شد زیرا مقدار  $\frac{du}{dy}$  در کل سیال مسابری صفر است.

**واحد وسکوزیته در سیستم های مختلف:**

$$Pa = \frac{N}{m^2} \qquad Pa \cdot s \qquad \sim \frac{kg}{m \cdot s} \qquad \sim \frac{N \cdot s}{m^2} \qquad \leftarrow \text{سیستم SI}$$

$$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$Pa \cdot s = \frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg \cdot m \cdot s}{s^2 \cdot m^2} = \frac{kg}{m \cdot s}$$

## نکات مربوط به معادله ۱

$$F = m \cdot a$$

\* تمرین صفحه ۹ :

$$1 \text{bf} = \text{slug} \cdot \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \Rightarrow \text{slug} = \frac{1 \text{bf} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}}$$

$$\frac{\text{slug}}{\text{ft} \cdot \text{s}} = \frac{\frac{1 \text{bf} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}}}{\text{ft} \cdot \text{s}} \Rightarrow \frac{1 \text{bf} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.005 \text{ kg/m.s}}{850 \text{ kg/m}^3} = 5.9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (\text{الف})$$

$$\nu = 5.9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times \left( \frac{1 \text{ ft}}{0.3048 \text{ m}} \right)^2 = 6.35 \times 10^{-5} \frac{\text{ft}^2}{\text{s}} \quad (\text{ب})$$

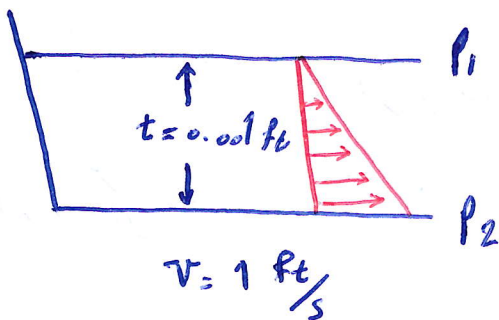
$$\mu = 0.005 \frac{\text{kg}}{\text{m.s}} \times \frac{1 \text{ slug}}{14.594 \text{ kg}} \times \frac{0.3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} = 1.044 \times 10^{-4} \frac{\text{slug}}{\text{ft.s}} \quad (\text{ج})$$

\* ویسکوزیته دینامیکی سیال برابر  $3.7 \times 10^{-5} \frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$  و چگالی آن برابر  $0.8 \text{ گرام بر سانتیمتر مکعب}$  ویسکوزیته سینماتیکی سیال چند است؟

\* برای  $\nu = 3 \times 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  و  $\rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$   $\mu$  در سیستم متریک (SI) چند است؟

\* برای  $\mu = 2.0 \times 10^{-4} \frac{\text{slug}}{\text{ft.s}}$  مقدار  $\mu$  بر حسب  $\frac{\text{lb.s}}{\text{ft}^2}$  چند است؟

\* در شکل زیر  $\tau_{yx}$  بر حسب  $\frac{\text{lb}}{\text{ft}^2}$  چند است؟ ( $\mu = 1.462 \times 10^{-5} \text{ lb.f.s. ft}^{-2}$ )



$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$\tau = 1.462 \times 10^{-5} \frac{\text{lb.f.s}}{\text{ft}^2} \left( \frac{0 - 1 \frac{\text{ft}}{\text{s}}}{0.001 - 0 \text{ ft}} \right)$$

$$\tau = 1.462 \times 10^{-2} \text{ lb.f. ft}^{-2}$$

\* ویسکوزیته داخلی یک سیلندر با سرعت  $2.0 \text{ ft/s}$  حرکت می‌کند، نیروی لازم برای برقراری این حرکت

$$\mu = 0.020 \frac{\text{lb.s}}{\text{ft}^2}$$

چند است؟



11  
 \* فرق دانسته با وزن مخصوص در این است که در دانسته جرم بر واحد حجم تقسیم می شود ولی در وزن مخصوص، وزن بر واحد حجم تقسیم می شود. وزن از جنس نیرو است پس واحدش نیوتن می شود.

$$\rho = \frac{m}{V} \left( \frac{kg}{m^3} \right) \quad \gamma = \rho \cdot g \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

چگالی (specific gravity): نسبت جرم دره جسم به جرم دره جسم مبنای چگالی آن جسم می گویند. (نسبت دانسته جسم به دانسته جسم مبنای)

$$sp.gr = \frac{\rho_{A, T, P}}{\rho_{ref, T, P}}$$

\* مادی مبنای برای مایع و جامد است آب و برای گازها هوا است.

فشار: فشار در یک نقطه از تقسیم نیروی عمودی وارد بر سطح که در یک سیال تعریف شده است یا سطح صغیر آن که سیال در تماس با آن است بدست می آید. فشار در یک نقطه نسبت نیروی عمودی به مساحت سطحی که به سمت یک نقطه بسیار کوچک میل می کند، است. فشار دارای آحاد نیرو در واحد سطح است که ممکن است نیوتن در متر مربع مرسوم به پاسکال (Pa) یا پوند در فوت مربع (PSF) یا پوند در اینچ مربع (PSI) باشد.

فشار بخار: به دلیل فرار مولکول ها از سطح مایع، مایع بخیر می شوند و فشاری که از طرف مولکول ها بخار در فضا ایجاد می شود، فشار بخار نامیده می شود. اگر فضای بالای سطح مایع مسدود شود

سوزن کوچک را با دقت بر روی سطح آب قرار دهیم سوزن در آب فرو نمی رود و این به خاطر همین است که  $\sigma$  است. این پدیده ناشی از جاذبه بین مولکول‌های یک (چسبندگی Cohesion) و جاذبه بین مولکول‌ها غیر یک (چسبندگی adhesion) است.

در داخل یای، نیروهای چسبندگی یکدیگر را خنثی می‌کنند ولی در سطح آزاد یای نیروهای چسبندگی که از یایین اثر می‌کنند از نیروهای چسبندگی مربوط به گاز در بالا بیشترند و باعث ایجاد کشش سطحی می‌شوند. به همین دلیل است که شکل یک قطره آب کره‌ای فرض می‌شود و نیز حشرات کوچک می‌توانند روی سطح آب بنشینند و غرق نشوند. مقدار کار لازم برای آوردن مقدار کافی از مولکول‌ها از عمق مایع به سطح آزاد در حالتی که سطح به

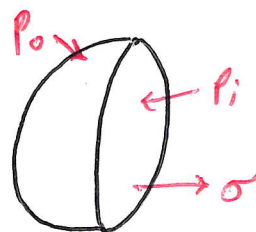
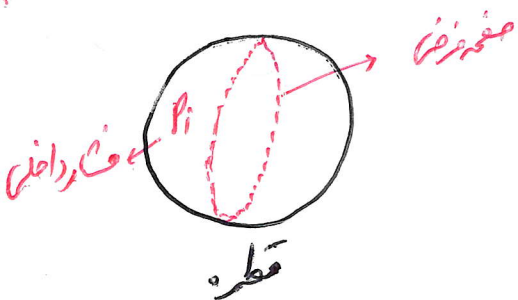
اندازه واحد سطح شود را کشش سطحی می‌گویند.

$$\sigma = \frac{W}{A} \quad \text{کار} \rightarrow \text{ساعت}$$

$$\frac{J}{m^2} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{N}{m} = \frac{kg \cdot m}{s^2} = \frac{dyn}{cm}$$

یادآور:  $1 dyn = 10^{-5} N$

رابطه بین فشار داخلی و خارجی یک قطره را به کمک کشش سطحی بیان کنید.



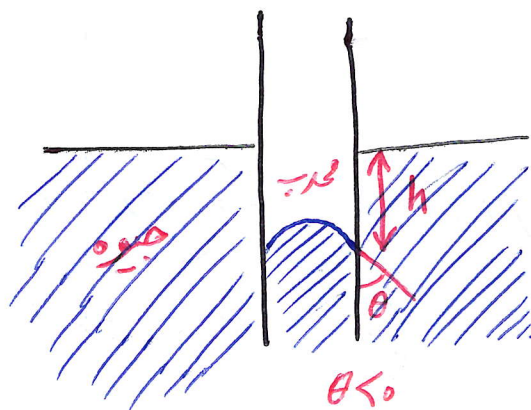
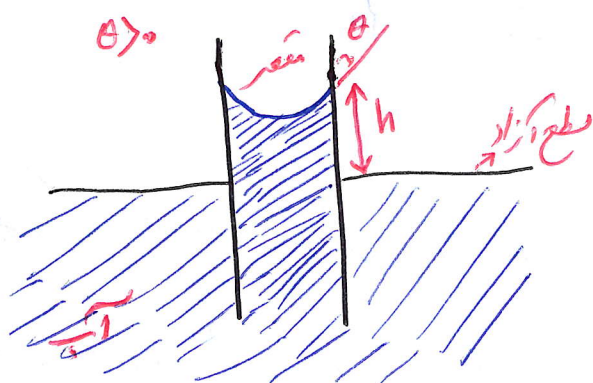
وقتی که قطره را به صورت فرضی برش می‌دهیم، کشش سطحی در محل برش بر روی سطح کره ظاهر می‌شود. پس از برش عرض قطره و حساب، دیانگرام نیروهای وارد بر آن متعین می‌شود. نیروی برابر اختلاف فشار درون و بیرون حساب در مساحت سطح مقطع برش بر سطح وارد می‌شود و نیروی دیگر برابر با کشش سطحی

موشنی ناشی از کشش سطحی و مقابله با نیروهای چسبندگی و پیوستگی است.

برای بررسی خاصیت موشنی، سیال در یکس با جامد داخل یک لوله، شیشه ای در نظر گرفته می شود. اگر چسبندگی مایع به جامد از پیوستگی مایع بیشتر باشد، مایع در لوله بالا رفته و سطح آن آزاد به صورت یک منحنی مقعر در می آید که احتمالی آن در ترکیب جامد با زاویه  $\theta$  اندازه گیری می شود (مانند آب).

اگر چسبندگی، بیشتر از پیوستگی باشد، سطح منور رفته محدب شکل می شود که احتمالی آن در ترکیب جامد با زاویه  $\theta$  اندازه گیری می شود (مانند جیوه).

\* در صورت ارتفاع موشنی (صعود یا فرورفتگی مایع) با گامش قطر داخل لوله اقل باشد.



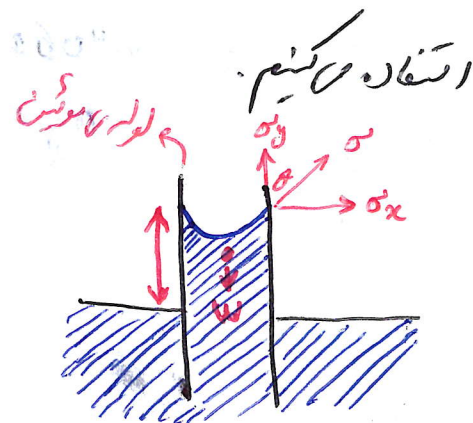
برای تعیین میزان ارتفاع  $(h)$ ، بالا و پایین رفتن سیال، از موازنه نیروهای کشش سطحی و جاذبه نقل

$$2\pi r \cdot \sigma_y = W$$

$$2\pi r \cdot \sigma \cos \theta = m \cdot g$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

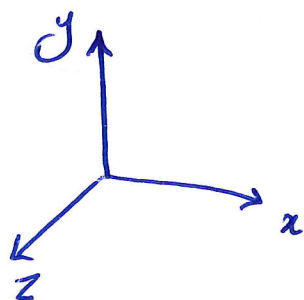
$$V = \pi r^2 \cdot h$$





## فصل دوم: استاتیک سیالات یا هیدرواستاتیک

مطالعه سیال فقط تحت شرایطی که هیچ گونه حرکت نسبی بین لایه‌های سیال نباشد، در چنین حالتی تنش برشی لایه‌ها ایجاد نمی‌شود. بنابراین فقط نیروهای فشاری (عمودی) بر سطح سیال اثر خواهند کرد. در دو حالت این اتفاق رخ می‌دهد. زمانی که سیال ساکن است (مانند آب در خنجره رده ثبت شده) و زمانی که سیال درون یک ظرف بوده و ظرف با سرعت ثابت در حال حرکت است. بنابراین توزیع فشار



به صورت زیر است:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\gamma = -\rho g$$

تغییرات فشار در یک سیال ساکن

یعنی برای تمام سیالات در شرایط استاتیک، فشار در تمام نقاط هم‌عمق یک است و فقط در امتداد محور y که جهت آن خلاف جهت جاذبه فرض شده است، تغییر می‌کند.

\* تغییر فشار در یک سیال تراکم ناپذیر:

برای سیالات همگن و تراکم ناپذیر لا ثابت است، بنابراین:

$$\frac{dp}{dy} = -\gamma \Rightarrow \int dp = \int -\gamma dy \Rightarrow p = -\gamma y$$

معادله قانون هیدرواستاتیک تغییرات فشار به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$p = \gamma h$$

که h به طور عمودی از سطح آزاد سطح به سمت پایین (h = -y) اندازه گرفته می‌شود و p برابر با فشار فشار از سطح آزاد سطح است.



19/ در یک نقطه اقیانوس که عمق آن 45m است یک اقیانوس شناس مقدار داده‌ها را در

$h_1 = 100m$  و  $h_2 = 300m$  و  $h_3 = 450m$  اندازه‌گیری کرد. مقدار چگالی محض آب نمک در هر یک از لایه‌های چگالی ثابت به ترتیب 1.01، 1.02، 1.025 است. مقدار فشار در سطح مشترک‌ها

رایباید. فرض کنید فشار جو در سطح اقیانوس  $P_0 = 0$  باشد.

$$S = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} \rightarrow 1$$

$$P_1 = P_0 + \rho_1 g h = 0 + 1.01 \times 9.806 \times 100 = 990.4 \text{ kPa}$$

$$P_2 = P_1 + \rho_2 g (h_2 - h_1) = 990.4 + 1.02 (9.806) (300 - 100) = 2990.8 \text{ kPa}$$

$$P_3 = P_2 + \rho_3 g (h_3 - h_2) = 2990.8 + 1.025 (9.806) (450 - 300) = 4498.5 \text{ kPa}$$

نکته اگر در فرمول فشار دانسته جسم را بر حسب  $\frac{g}{cm^3}$  قرار دهیم واحد بدست آمده برابر فشار

kPa خواهد بود و اگر بر حسب  $\frac{kg}{m^3}$  قرار دهیم واحد بدست آمده برابر فشار Pa خواهد بود

$$\rho_{H_2O} = 1 \frac{g}{cm^3} \quad \text{or} \quad 1000 \frac{kg}{m^3}$$

آحاد و مقیاس‌های اندازه‌گیری فشار:

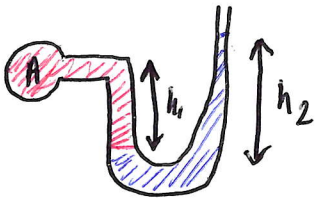
فشار را می‌توان با مراجعه به هر مبنای دلخواهی بیان کرد. معمولاً مبنای فشار، صفر مطلق و فشار

اتمفر محل است. موقعی که فشار بر حسب اختلاف آن با خلأ کامل بیان گردد آن را فشار مطلق

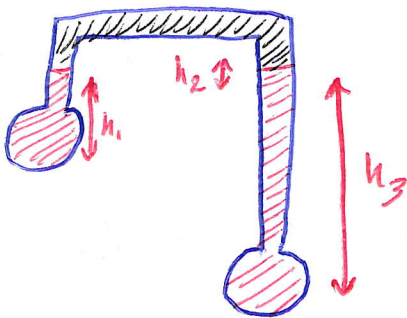
و موقعی که بر حسب اختلاف آن با اتمفر محل بیان شود، فشار نسبی می‌نامند.

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{gauge}$$

\* وقتی که راه مناسبی نیست و مقدر زیاد باشد لزوماً باید دو مرحله که چگال محض و آب سرد است استفاده می شود این باید با سیال اولیه که ممکن است گاز باشد و قبل از اختلاف نیاید.

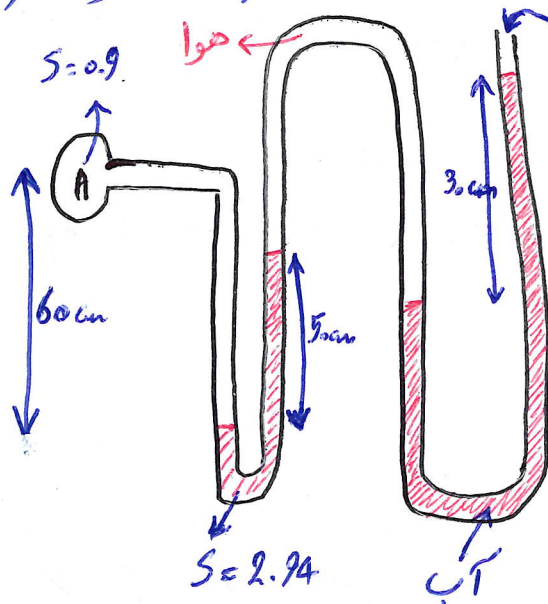


مانومتر دیفرانسیل شکل زیر اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را مشخص می کند و از آن زمان استفاده می شود که بتوانیم فشار واقعی در هر نقطه از سیستم را محاسبه کنیم.



مثال  
\* افق فشار نقطه A را در شکل زیر بیابید. فشار هوای داخل لوله چقدر است؟ (چ اگر در این شکل

به جای آب از جیوه استفاده می شد و اعداد قرائت کرده مشابه قبل بودند. فشار نقطه A و فشار



هوا درون لوله چه بود؟

$$P_{air} - 0.3(1)9.806 = 0 \Rightarrow P_{air} = 2942 \text{ kPa}$$

$$P_A + 0.6(0.9)9.806 - 0.5(2.94)9.806 = 2942$$

$$P_A = 12.057 \text{ kPa}$$

افتقار می‌باید.

اگر جسمی در داخل سیال شناور باشد نیروهای مختلف از طرف سیال به آن وارد می‌شود که این نیروها باعث حرکت جسم در داخل سیال (به سمت بالا) می‌شوند. در مورد اجسام غوطه‌ور گفته می‌شود که به اندازه سیال هم حجم یا جسم از وزن آن گام می‌شود. این اصل به اصل ارشمیدس معروف می‌باشد.

نیروی شناوری وارد بر یک جسم که در داخل مایع غوطه‌ور است از اختلاف بین مولفه قائم نیرو فشاری که به سمت تختان جسم وارد می‌شود و مولفه قائم نیرو فشاری که به سمت فوقانی جسم وارد می‌شود بدست می‌آید.

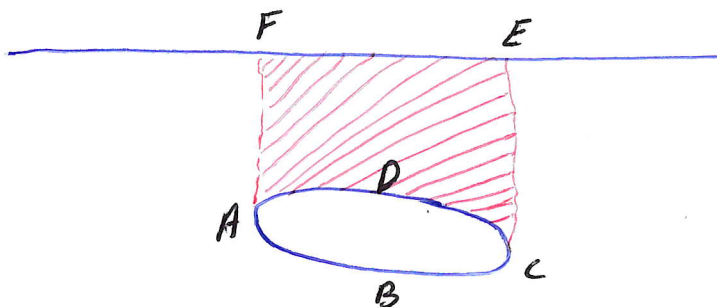
در شکل زیر نیروی که به سمت تختان جسم به سمت بالا وارد می‌شود، مساوی با وزن مایع واقعی یا فرضی است که بالای سطح ABC قرار دارد و یا ABCEFA نامش داده شده است. نیروی که به سمت پایین بر سطح فوقانی وارد می‌شود نیز مساوی با وزن مایع ADCEFA می‌باشد. اختلاف بین این دو نیرو، نیروی قائم رو به بالا است که در اثر وزن مایع جابه‌جا شده توسط جسم (ABCD) می‌باشد.

حجم سیال جابه‌جا شده

شکل معادله آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_B = V \cdot \gamma \rightarrow \text{وزن محمول سیال}$$

نیروی شناوری  
(Buoyancy)



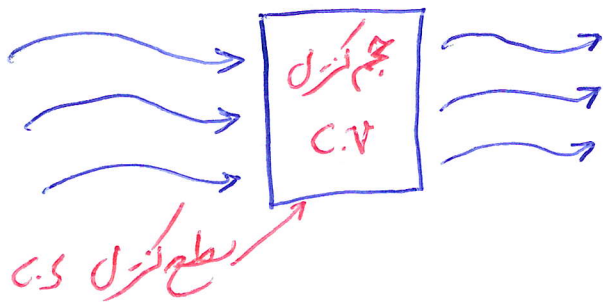


## فصل سوم: مفاهیم جریان سیال و معادلات پیاده حجم کنترل

بررسی جریان سیال از دو دیدگاه ممکن است:

(1) **دیدگاه لاکرانوری:** در این دیدگاه حرکت یک جسم مشخص از سیال را می توان در نظر گرفت و معادله اصل را بر این بدست آورد. استفاد از این دیدگاه (یک جسم ثابت) برای استخراج معادله دینامیک سیالات ناممکن نیست ولی بسیار مشکل است. بنابراین کاربرد اصل این دیدگاه در مکانیک جامدات است.

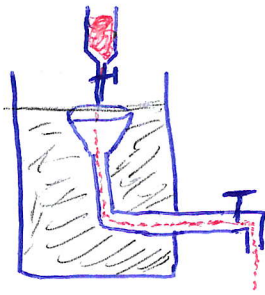
(2) **دیدگاه اولیری:** در این روش یک حجم کنترل ثابت یا یک نقطه ثابت در فضا اختیار می شود و معادله مربوط به تغییرات جرم، اندازه حرکت و انرژی در هنگام عبور سیال از درون حجم یا نقطه ثابت بدست می آید.



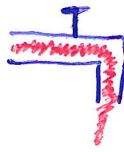
\* جریان یک سیال را می توان به صورت های گوناگون مانند در هم در مقابل آرام، حقیقی در مقابل ایده آل، بازگشت پذیر در مقابل بازگشت ناپذیر، پایدار در مقابل ناپایدار، یکپارچه در مقابل غیر یکپارچه، چرخشی در مقابل غیر چرخشی طبقه بندی کرد.



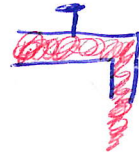
دانشیه ای در حد آک دارد (دانشیه باید برابر باشد تا از وسط سیال عبور کند).



Laminar



Transition



Turbulent

ماده رقیق از طریق یک سرنج به ورودی لوله تزریق می شود. در ابتدا جریان سیال سرعت کمی دارد  
 ماده رقیق در مسیر مستقیم جریان می یابد. جریان از نظر ماکروسکوپی منظم است. به این جریان لامینار یا آرام  
 یا لایه ای می گویند. اگر برسد به جریان بیضی داریم تا مدت زمانی که جریان منقطع می شود اما بعد از آن  
 طبیعت منظم جریان از بین می رود و ماده رقیق مسیر نوسانی را طی می کند این جریان را Transition  
 می نامند یا اشغال می گویند. چنانچه برسد به جریان بیضی داریم ماده رقیق غش می شود و از نظر ماکروسکوپی  
 طبیعت منظم سیال از بین می رود، این جریان را توربولنت یا آشفتگی می گویند.

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

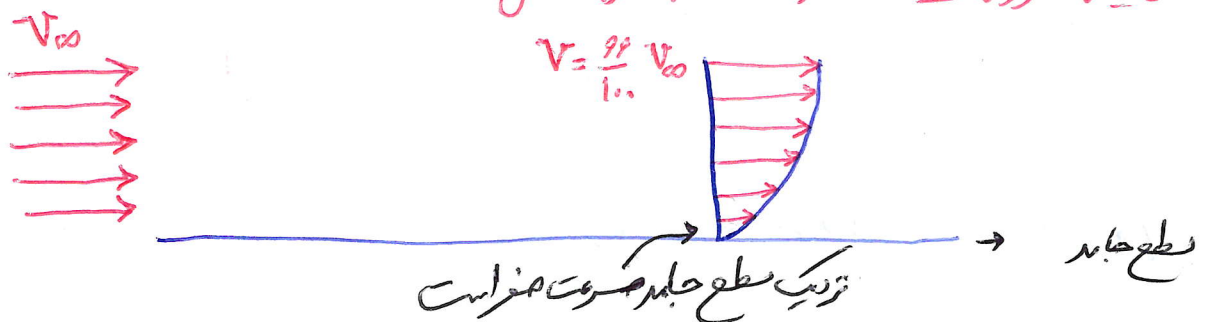
$\rho$ : چگالی  
 $u$ : سرعت  
 $d$ : قطر لوله  
 $\mu$ : ویسکوزیته اب سیال

Laminar  $Re < 2100$

Transition  $2100 < Re < 4000$

Turbulent  $Re > 4000$

لایه مرزی هیدرو دینامیک (Hydrodynamic Boundary layer):

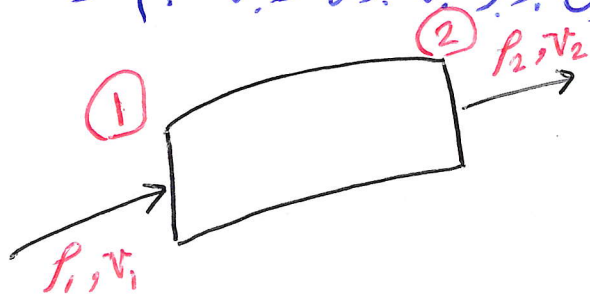


29

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

قانون بقایای جرم به صورت زیر است:

این معادله بیان می‌کند که در هر جری درونی به حجم کنترل برابر در هر جری خاص از حجم کنترل است.



$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 = \dot{m}$$

$\rho$  (چگالی)     $v$  سرعت     $A$  مساحت

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

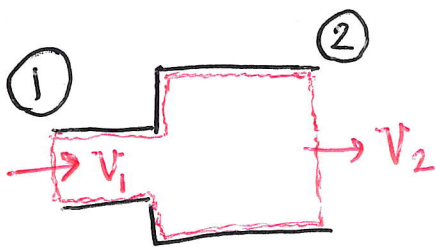
$$Q = V \cdot A$$

$$\frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2$$

در اینجا چگالی جرم به صورت زیر تعریف می‌شود:

\* در لوله‌ای زیر سرعت آب در مقطع 1،  $3 \text{ ft/s}$  و قطر  $2 \text{ ft}$  است و در مقطع 2

قطر  $3 \text{ ft}$  است. در لوله و سرعت در مقطع 2 را بیابید.



$$Q = V \cdot A = (3 \text{ ft/s}) \cdot \frac{\pi}{4} (2 \text{ ft})^2 = 9.42 \frac{\text{ft}^3}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = (9.42 \frac{\text{ft}^3}{\text{s}}) \cdot \frac{4}{\pi (3 \text{ ft})^2} = 1.33 \text{ ft/s}$$

یادآوری:

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} D^2$$

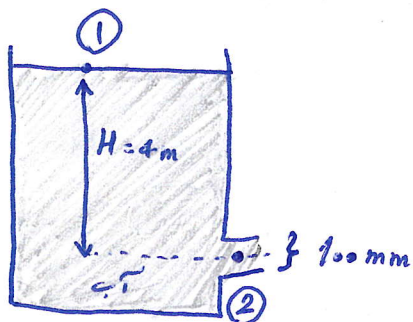
\* اگر چندین ورودی و خروجی داشته باشیم، مجموع درهای ورودی برابر شود با مجموع درهای خروجی.

معادله انرژی برای جریان باریک سیال:  $\frac{P_1}{\gamma_1} + z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = H_s + \frac{P_2}{\gamma_2} + z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + k \frac{V^2}{2g}$

$\frac{P}{\gamma}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $z$ : ارتفاع  
 $\alpha \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $H_s$ : هد محوری  
 $k \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $k \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $\frac{P}{\gamma}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $z$ : ارتفاع  
 $\alpha \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $H_s$ : هد محوری  
 $k \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف  
 $k \frac{V^2}{2g}$ : ضریب اتلاف = ضریب اتلاف

مقدار انرژی جنبشی متوسط در واحد حجم عبوری از سطح مقطع:  $\alpha \frac{V^2}{2}$

مثال: در مورد شکل زیر افت سرعت خروج از سیپور در دیواره مخزن را حساب کنید.



حل: معادله انرژی را بدون اتلاف و کار محوری بین نقطه ای واقع بر سطح آب و نقطه ای در پایین دست سیپور می نویسیم:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2$$

اگر مبانی فشار را فشار مطلق محل انتخاب کنیم  $P_1 = P_2$  و اگر مبانی ارتفاع را در نقطه 2 در نظر بگیریم

$z_1 = H$  و  $z_2 = 0$  حول محور سرعت در سطح منبع صاف و بنا بر این:

$$0 + 0 + H = \frac{V_2^2}{2g} + 0 + 0 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2(9.806)(4)} = 8.86 \text{ m/s}$$

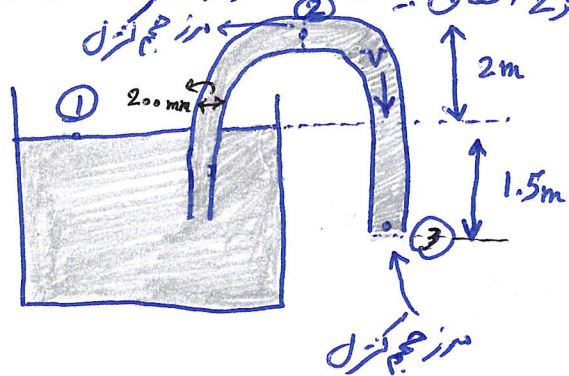
یعنی سرعت خروجی برابر با سرعت سقوط آزاد از سطح منبع است. این موضوع را قضیه تورسیلی گویند.

(ب) در  $Q$  برابر با حاصلضرب سرعت تخلیه در مساحت مقطع جریان است:

$$Q = A_2 V_2 = \pi (0.05 \text{ m})^2 (8.86 \text{ m/s}) = 0.07 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 70 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$



سقوط شکل زیر با آب پر شده است و در آن یک 15m با بزرگ افت ها به سطح نقاط 1 تا 3 را بر حسب  
 هدر سرعت  $\frac{V^2}{2g}$  بیاید. اگر دو سوم افت ها به سطح نقاط 2 و 3 افتد. می باشد. در نقطه 2 را پیدا کنید.



حل:

معادله انرژی را برای تمام آب درون سیستم در بالا است  
 نقطه 1 3 و 2. سطح مبانی انتخاب را در نقطه 3 و  
 فشار مبنا را فشار نسبی صفر، در نظر می گیریم:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\gamma} + Z_3 + \left( k \frac{V_3^2}{2g} \right) \text{ افت ها}$$

$$0 + 0 + 1.5 = \frac{V_3^2}{2g} + 0 + 0 + k \frac{V_3^2}{2g}$$

که در رابطه فوق، افت ها به سطح نقاط 1 تا 3 به صورت  $k \frac{V_3^2}{2g}$  نشان داده شده است. با توجه به درخواست

$$Q = V_3 A_3 \Rightarrow V_3 = \frac{150 \frac{L}{s}}{\pi (0.1m)^2 1000 \frac{L}{m^3}} = 4.77 \frac{m}{s}$$

داشت:

$$\frac{V_3^2}{2g} = 1.16m, \text{ بنابراین } k = 0.29 \text{ و افت ها} = 0.34 \frac{m \cdot N}{N} = 0.29 \frac{V_3^2}{2g} \text{ خواهد بود}$$

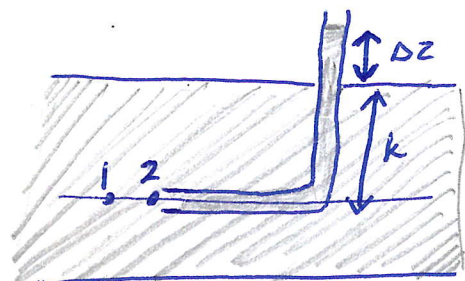
با به کار بردن معادله انرژی در مورد حجم کنترل به سطح نقاط 2 و 3 در نظر گرفتن افت ها  $\frac{2}{3} k \frac{V_3^2}{2g} = 0.23m$

$$0 + 0 + 0 = 1.16 + \frac{P_2}{\gamma} + 2 + 0.23$$

هدم فشار در نقطه 2 برابر  $3.39 mH_2O$  - خواهد بود. (یا  $-33.2 kPa$ )



شکل ۱  
 \* شکل زیر یک لوله سیو است. رانشان در دهک برای تعیین سرعت سیال در نقطه ۱ به کار می رود. این وسیله لوله ای است که لبه پایینی آن در جهت جریان و ساق آن در جهت عمود بر جریان سیال به سمت بالا باشد. بر محور سیال باد می‌دهند. ۲) باعث اعمال نیرو بر سیال شده و آن را به اندازه  $\Delta z$  بالاتر از سطح آزاد می برد. سرعت در نقطه ۱ را پیدا کنید.



حل:  
 نقطه ۲) یک نقطه ساکن بوده و در آنجا سرعت جریانی به صفر می رسد.

این عمل موجب ایجاد ضربه فشار (فشار دینامیک) شده و سیال را به سمت ساقه قائم می راند. با صرف نظر کردن

از اختلاف بین نقاط ۱ و ۲ که بسیار کوچک هستند و نوشتن معادله انرژی بین این دو نقطه داریم:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + 0 = 0 + \frac{P_2}{\gamma} + 0$$

$\frac{P_1}{\gamma}$  برابر با ارتفاع سیال واقع بر روی نقطه ۱ می باشد و برابر با  $k$  فاصله سیال است. با صرف نظر از صعود

$$P_1 = \rho g k = \gamma k \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} = k$$

موتگی،  $\frac{P_2}{\gamma}$  برابر با فشار مانومتر یا  $k + \Delta z$  می باشد. با جایگزینی کردن این مقادیر در معادله فوق، نتیجه می شود:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \Delta z \Rightarrow V_1 = \sqrt{2g\Delta z}$$

معادله برنولی

بافرض:

۱) جریان پایدار باشد ۲) جریانی بدون اصطکاک باشد (اثرات لزجت ناچیز باشد) ۳) حرکت در مسیر خط

جریان باشد ۴) جریانی دائم با چگالی ثابت باشد (تراکم ناچیز باشد)

$$gz + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \text{cte}$$

$$z + \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} = \text{cte}$$

این معادله برای حالتی که مایع دارای سطح آزاد است مناسب می باشد. این معادله را معادله بنجی ازرن می نامند.  
نیز گوئید. بابت کاربردن معادله ی فوق برای دو نقطه از یک خط جریان داریم:

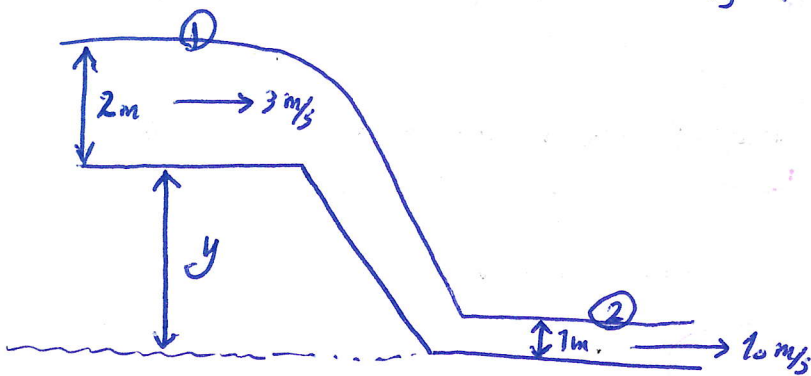
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = 0$$

به طور کلی از معادله بنجی در موارد زیر می توان استفاده کرد:

1. در جریان سیالات لزج به صورتی که تحت آزاد 2. در سایل انداز گیری دبی با سرعت جریان (با عدم بودن فرات تصحیح)
3. برای چک کردن عملکرد یک سیستم در وضعیت ایده آل

**مثال**  
آب در درون کانال باز به عمق 2m با سرعت 3 m/s جریان دارد (نگل زیر) پس آب به درون کانالی وارد می شود که عمق آن 1m است. سرعت آب 1 m/s خواهد بود. جریان را بدون اصطکاک در نظر بگیرید. اختلاف ارتفاع کف کانال ها را بیابید.



حل:

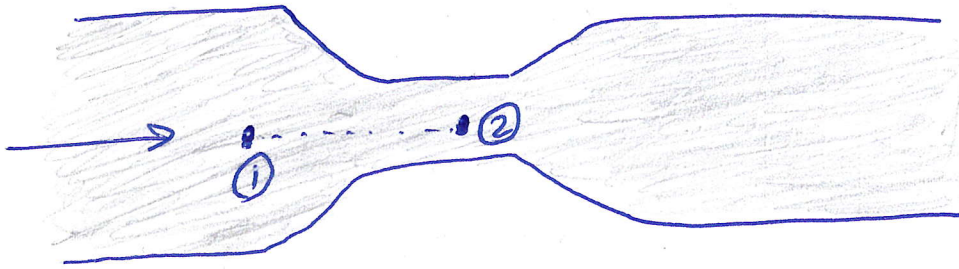
$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2$$

چون  $p_1 = p_2 = 0$  خواهد بود و  $v_2 = 1 \text{ m/s}$  ،  $v_1 = 3 \text{ m/s}$  ،  $z_2 = 1 \text{ m}$  ،  $z_1 = y + 2$

$$\frac{3^2}{2(9.806)} + 0 + y + 2 = \frac{1^2}{2(9.806)} + 0 + 1$$

$y = 3.64 \text{ m}$

مثال (تمرین)  
 یک شعاع عمود از قسمت باریک شوند پس کده استوانه باریکی با قطر ثابت (مکعبگاه) متصل است، تشکیل شده است.  
 بعد از این استوانه قسمتی وجود دارد که به تدریج قطر آن افزایش می یابد. (شکل زیر) از این وسیله برای تعیین دبی دانه ها  
 استفاده می شود. قطر مقطع 1 برابر با 6.0 in و قطر مقطع 2 برابر 4.0 in است. دبی را برای هنگامی که  
 $P_1 - P_2 = 3 \text{ psi}$  است و درونی با چگالی نسبی 0.9 در لوله جریان دارد، بیابید.  
 $1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$  ،  $\gamma_w = 62.4 \text{ lb/ft}^3$  ،  $\rho = 32.174 \text{ ft/s}^2$



حل: از معادله پیوستگی داریم:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2 \rightarrow \frac{\pi}{16} V_1 = \frac{\pi}{36} V_2$$

$$\begin{cases} V_2 = \frac{36 Q}{\pi} \\ V_1 = \frac{16 Q}{\pi} \end{cases}$$

که  $Q$  دبی (حجم در واحد زمان) باشد.  $z_1 = z_2$  می باشد پس:

$$P_1 - P_2 = 3(144) = 432 \text{ lb/ft}^2 \quad \gamma = 0.9(62.4) = 56.16 \text{ lb/ft}^2$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \quad \frac{432}{56.16} = \frac{Q^2}{\pi^2} \frac{1}{2g} (36^2 - 16^2)$$

( $\text{ft}^3/\text{s}$ )

و در نتیجه  $Q = 2.20 \text{ cfs}$  خواهد بود.

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad V_1 = 11.21, \quad V_2 = 25.22$$

$$A_1 = 0.198$$

$$A_2 = 0.087$$

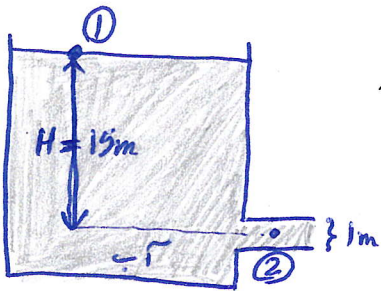
$$Q = 11.21 \times 0.198 = 25.22 \times 0.087 \approx 2.20$$

\* از اصل معادله برنولی

می توانیم:



\* مخزن تأمین آب نشان داده در شکل زیر دارای عمق 20m و مساحت  $20 \text{ km}^2$  است و خط مرکز دهانه خروجی آن 15m زیر سطح آب قرار دارد. اگر قطر دهانه خروجی 1m باشد. در صورت خروجی در صورت آب، آیا باید افت ارتفاع سطح آب در یک روز و در یک هفته چه مقدار خواهد بود؟



حل: برای ارتفاع را خط مرکز دهانه خروجی  $(Z_2 = 0)$  در نظر بگیریم و

معادله برنولی را با شرایط پایدار به کار ببریم:

$$\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

چون فشارهای نقاط 1 و 2 برابر فشار اتمسفر هستند، جمله مربوط به فشار حذف خواهد شد.

سرعت در سطح آب (نقطه 1) را صفر در نظر بگیریم:

$$V_2 = \sqrt{2gz_1}$$

$$\frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 (1)^2}{4} = 0.785$$

$$V_2 = 17.15 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow Q = A_2 V_2 = 13.46 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_1 = Q (24) (3600) = 1.163 \times 10^6 \text{ m}^3 \quad \text{حجم آب خارج شده در یک روز}$$

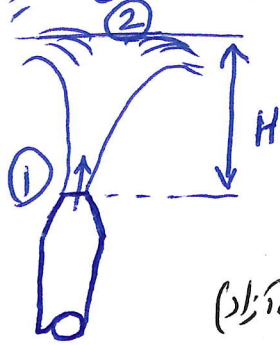
$$V_2 = Q (7) (24) (3600) = 8.141 \times 10^6 \text{ m}^3 \quad \text{حجم آب خارج شده در یک هفته}$$

$$\text{افت ارتفاع سطح آب در یک روز} = \frac{\text{حجم آب خارج شده در یک روز}}{\text{مساحت سطح}} = \frac{1.163 \times 10^6 \text{ m}^3}{20 \times 10^6 \text{ m}^2} = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{افت ارتفاع سطح آب در یک هفته برابر} \quad 7 \times 6 = 42 \text{ cm} \quad \text{خواهد بود}$$



\* <sup>تمرین</sup> آب با سرعت ثابت  $V_1$  از شیبورای به طور قائم به صورت جت آزاد خارج می شود. ارتفاع ماکزیمم آب



(H) چقدر است؟

حل: آب سیال لایچ است، درنتیجه در داخل لوله و نیز شیبوره نمی توان

از معادله برنولی استفاده کرد. (اما هنگامی که آب از شیبوره خارج می شود (به صورت جت آزاد)

معتبر شرط، یعنی صف بودن تنش برشی تقریباً برقرار است.

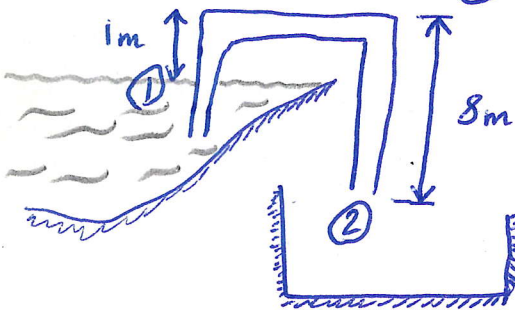
$$P_1 = P_2 = 0$$

$$V_2 = 0$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + z_2 \rightarrow H$$

$$H = \frac{V_1^2}{2g}$$

\* <sup>تمرین</sup> فردی ادعا می کند سیفون شان داد ندر در شکل زیر قادر است آب را با دبی  $Q = 0.2 \text{ m}^3/\text{s}$  از یک دریاچه به یک صومعه انتقال دهد. درستی این ادعا را بررسی کنید. (فرض: سطح مقطع لوله سیفون برابر  $A = 0.01 \text{ m}^2$  است)



حل: فرض می شود آب سیال غیر لایچ است. بنابراین داریم:

$$V_1 = 0, P_1 = P_2 = 0$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + z_2 \rightarrow (-7\text{m})$$

$$V_2 = \sqrt{2gz_2} = \sqrt{2(9.806)(7)} = 11.72 \text{ m/s} \Rightarrow Q = V_2 \cdot A_2 = 11.72 \times 0.01 =$$

$$Q = 0.12 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

بدین معنی است لایچ بودن سیال (به عبارت دیگر وجود تنش های برشی در دیواره های لوله) موجب می شود که دبی واقعی این سیفون تا حدی کمتر از این مقدار گردد. درنتیجه ادعا مطمع شده نادرست است.

## جریان لزوج در لوله ها و کانال ها:

لزجت خاصیتی از سیال است که باعث می شود تنش های برشی در سیال دخیل حرکت ایجاد شود. همچنین لزجت عاملی است که باعث وجود افت هاست.

**عدد رینولدز:** جریان آرام به عنوان جریان تعریف می شود که در آن سیال به صورت لایه لایه حرکت می کند و هر لایه به آرامی بر لایه مجاور خود فقط به دلیل تبادل مولکولی اندازه حرکت می لغزد. ولی در جریان درهم حرکت ذرات سیال درهم است و تبادل اندازه حرکت به دلیل حرکات متقاطع صورت می گیرد. آرام یا آشفتگی بودن جریان بواسطه عدد رینولدز نشان داده می شود.

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u d}{\nu}$$

$\rho \rightarrow$  چگالی     $u \rightarrow$  طول     $d \rightarrow$  لزجت     $\nu \rightarrow$  لزجت سینماتیک

در لوله کسری های معمولی، جریان در حدود عدد رینولدز 2000 تا 4000 از حالت آرام به حالت درهم تبدیل می شود. برابر مقادیر عملی فرض می شود که این عمل در  $Re = 2000$  رخ دهد.

## جریان تکنواخت پایدار در کانال باز

سرعت متوسط در یک کانال باز از رابطه زیر بدست می آید:

$$V = \frac{C_m}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

$C_m$  ضرایب مانینگ  
 $n$  ضریب زبری که به دیواره کانال بستگی دارد.  
 $R$  شعاع هیدرولیکی  
 $S$  شیب کف کانال  
 فرمول منینگ

\* مقدار  $C_m$  برابر یک است  $(1 m^{1/3}/s)$  در سیستم SI

\* مقدار  $C_m$  در سیستم انگلیسی برابر 1.49 است.

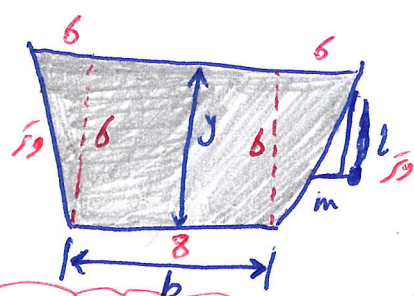
$$Q = \frac{C_m}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$A \rightarrow$  سطح مقطع جریان  
 $P \rightarrow$  محیط تر نشده  
 $R$  شعاع هیدرولیکی



مثال مقدار دبی تخلیه شده از کانال ذوزنقه شکل زیر که عرض قاعده آن  $b = 8 \text{ ft}$  و وجوه آن شیب یک به یک دارد را بدست آورید. یعنی کانال  $6 \text{ ft}$  و شیب کف آن برابر  $0.0009$  و سطح داخلی کانال



$$\Rightarrow (x) \text{ وتر} = b + 2x \text{ محیط}$$

$$x^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow x = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2} = 8.48$$

$$n = 0.012 \text{ را می خوانیم}$$

حل: از جدول

$$A = 8(6) + 6(6) = 84 \text{ ft}^2$$

$$P = 8 + 2(6\sqrt{2}) = 24.96 \text{ ft}$$

$\text{ft}^{\frac{3}{5}}$

$$Q = \frac{C_m}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} = \frac{1.49}{0.012} (84) \left( \frac{84}{24.96} \right)^{\frac{2}{3}} (0.0009)^{\frac{1}{2}} = 703 \text{ cfs}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{84}{24.96}$$

برای تبدیل واحد های آمریکایی به SI و n را بدون بعد در نظر گیرند

و مقدار ثابت دارای واحد می شود. در نتیجه:

$$(1.49 \text{ ft}^{\frac{3}{5}}) (0.3048 \text{ m/ft})^{\frac{3}{5}} = 1 \text{ m}^{\frac{1}{5}}$$

جریان در لوله:

در جریان تراکم ناپذیر درون لوله، بازگشت ناپذیری ها در حین افت هدر بیان می شود که بیانگر تأثیر اصطکاک درون لوله است. تجربه نشان می دهد که در جریان درهم:

۱. افت هدر مستقیماً با طول لوله تغییر می کند.
۲. افت هدر غالباً به صورت مربع سرعت تغییر می کند.
۳. افت هدر تقریباً به نسبت عکس قطر تغییر می کند.



4. افت هد سبکی به زیر سطح حداره داخل لوله دارد.
5. افت هد به عنوان مثال، مانند چگالی و لزجت سبکی دارد.
6. افت هد مستقل از فشار است.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

↑ فریب اصطکاک  
 ↑ طول  
 ↑ سرعت  
 ↓ افت هد به ازای واحد وزن  
 ● مثال  
 قطر

معادله دار است

$f$  فریب اصطکاک است و برابر چنان آرام از رابطه  $f = \frac{64}{Re}$  بدست می آید. برای جریان درهم

از دیگر کم بودن استخراج می شود

$$f = f\left(\frac{\epsilon}{D}, Re\right)$$

↑ زیر

به جای دیگر کم بودن، روابط دقیق زیر برای  $f$  را می توان همراه با محدودیت های اعمال شد، بر حرکت، مورد

استفاده قرار داد:

$$f = \frac{1.325}{\left[\ln\left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10^{-6} \leq \frac{\epsilon}{D} \leq 10^{-2} \\ 5000 \leq Re \leq 10^8 \end{array} \right.$$

↑ زیر

مثال  
افت هد (انرژی) برای جریان با  $\nu = 0.00001 \text{ m}^2/\text{s}$  که در درون لوله ای چنان به قطر

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u d}{\nu}$$

↑ سرعت

200 mm و طول 4.00 m و این دار را تعیین کنید.

حل:

$$Q = u \cdot A \Rightarrow u = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi d^2} \Rightarrow Re = \frac{4Q}{\pi d^2} \frac{d}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}$$

↑ سرعت

$$Re = \frac{4(0.140 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi (0.2 \text{ m})(0.00001 \text{ m}^2/\text{s})} = 89172$$

89172

نسبتی برابر  $\frac{E}{D} = \frac{0.25 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 0.00125$   $\frac{E}{D}$  را باید در دایگرام مولی برای مواد مختلف آورد. نکته برای چدن  $0.25 \text{ mm}$  است.

از درون یاب ~~دایگرام~~ دایگرام مولی یا استفاده از فرمول ذکر شده مقدار  $f$  بدست می آید.

از درون یاب دایگرام  $f = 0.023$

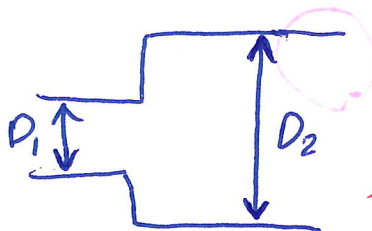
نسبت  $f = 0.0234$   $\rightarrow$  از جدول معادله ؟

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.023 \frac{400 \text{ m}}{0.2 \text{ m}} \left[ \frac{0.14 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{12/4 (0.2 \text{ m})^2} \right]^2 \frac{1}{2(9.806 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}$$

$$= 46.58 \frac{\text{m} \cdot \text{N}}{\text{N}}$$

**افت فرعی:** افت هایی که در خطوط لوله به دلیل خمیدگی، زانوها، شیرها و غیره به وجود می آید را

افت های فرعی گویند. تقریباً در تمام حالات افت فرعی به طور تجربی تعیین می شود. با این حال یک استثنا وجود دارد که مربوط به افت فشار به دلیل انبساط ناگهانی (sudden expansion) در خطوط لوله است.




$h_{e} = K \frac{V_1^2}{2g}$  **افت هدر**

$K = \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2$  **ضریب افت هدر**

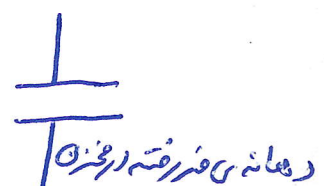
ضریب افت هدر  $K$  در فرض از هدرهای سرعت برای دهانه های ورودی به صورت زیر است:



لبه تیز  $K = 0.5$



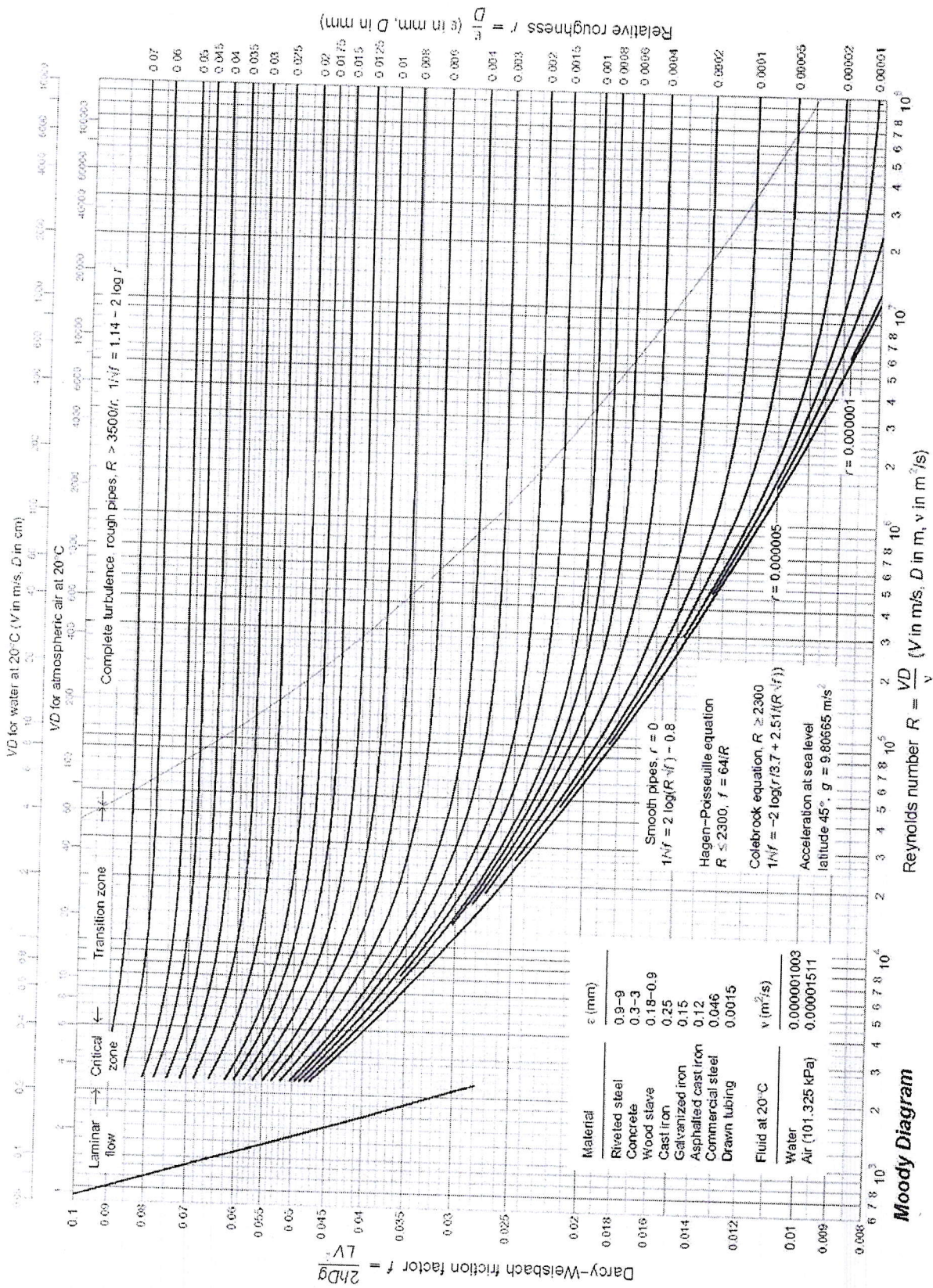
لبه گرد  $K = 0.01 - 0.05$



دهانه ی فرغ رفته درخت  $K = 0.8 - 1$



# MOODY DIAGRAM



Friction factors for any type and size of pipe. (From Pipe Friction Manual, 3rd ed., Hydraulic Institute, New York, 1961)



حل:  
برای بدست آوردن نسبت سرعت‌ها، کافی است از تساوی عدد فرود استفاده کنیم:

$$(Fr)_1 = (Fr)_2 \Rightarrow \left( \frac{u}{\sqrt{L \cdot g}} \right)_1 = \left( \frac{u}{\sqrt{L \cdot g}} \right)_2 \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{1}{5}$$

باتوجه به تساوی بودن جریان لازم است از تساوی عدد استروهمال استفاده شود:

$$(St)_1 = (St)_2 \Rightarrow \left( \frac{wL}{u} \right)_1 = \left( \frac{wL}{u} \right)_2 \Rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{u_2}{u_1} \propto \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{5} \propto 25 = 5$$

$$\Rightarrow w_2 = 5 \propto (0.1) = 0.5 \text{ wave/sec}$$

جریان دارد

حل: یا توجه به این که افت فشار مهم است پس باید عدد اولر دومین ما را با شش و از طرفی چون لزجت نیز عامل به وجود آورنده افت فشار است باید عدد رینولدز نیز در هر دو جریان یکسان باشد پس داریم:

$$(Re)_m = (Re)_p \Rightarrow \frac{\rho u_m d_m}{\mu} = \frac{\rho u_p d_p}{\mu} \Rightarrow \frac{u_m}{u_p} = \frac{d_p}{d_m} = 10$$

$$(Eu)_m = (Eu)_p \Rightarrow \frac{\Delta P_m}{\rho u_m^2} = \frac{\Delta P_p}{\rho u_p^2} \Rightarrow \Delta P_p = \left(\frac{u_p}{u_m}\right)^2 \Delta P_m = \left(\frac{1}{10}\right)^2 1000 = 10 \text{ kPa}$$

مثال

\* جریان تراکم ناپذیر در اطراف دودکش یک کارخانه را در نظر بگیرید. اگر سرعت جریان هوا دو برابر شود، طول

و قطر دودکش باید چند برابر شوند تا جریان مشابه حالت اول باقی بماند؟

حل: یا توجه به محدود بودن طول دودکش، ارتفاع دودکش به اندازه قطر آن اهمیت دارد و باید شباهت هندسی برقرار باشد. بنابراین لازم است مقیاس هندسی علاوه بر قطر به ارتفاع دودکش نیز اعمال شود. برای بدست آوردن مقیاس هندسی

می توان از عدد رینولدز استفاده کرد:

$$(Re)_2 = (Re)_1 \Rightarrow \frac{\rho u_1 d_1}{\mu} = \frac{\rho u_2 d_2}{\mu} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{2}$$

طول و قطر هر دو نصف شود.

\* آب دریا هر ۱۰ ثانیه یک بار به یک اسکله برخورد می کند (  $u_1 = 0.1 \text{ wave/sec}$  ) برای برگرداندن نیروی درگ

عوارض برای اسکله، مدل با مقیاس  $\frac{1}{25}$  از این اسکله ساخته شد. عدد رینولدز باد مورد آزمایش قرار می گیرد.

زمان تاخیر امواج مصنوعی در آزمایشگاه را طوری تعیین کنید که بتوان نتایج بدست آمده از مدل را به اسکله

اعلی تعمیم داد. (جریان را غیر لزج فرض کنید)

گروه‌های بدون بعد مهم در مکانیک سیالات:

**عدد رینولدز  $Re$ :** این عدد به صورت  $Re = \frac{\rho u d}{\mu}$  تعریف می‌شود. در این رابطه  $d$  طول مشخصه یا است که بستگی به نوع مساله دارد (به عنوان مثال در یک لوله منظور از  $d$  همان قطر لوله است)، عدد رینولدز در مسائلی که لزجت سیال مهم است اهمیت می‌یابد.

**عدد اولر  $Eu$ :** این عدد به صورت  $Eu = \frac{\Delta P}{\rho u^2}$  تعریف می‌شود. عدد اولر در مسائلی که تغییرات فشار دانسته باشیم و یا میخواهیم فشار در نقطه رابطه مهم ارتباط دهیم اهمیت دارد.

**عدد وِبر  $We$ :** این عدد به صورت  $We = \frac{\rho u^2 d}{\sigma}$  تعریف می‌شود. عدد وِبر در فرایندهای مربوط به تشکیل قطرات و حباب‌های کوچک مهم است.

**عدد استروهمال  $St$ :** این عدد به صورت  $St = \frac{wL}{U}$  تعریف می‌شود که در آن  $w$  فرکانس است عدد استروهمال در مسائلی که جریان و یا یکی از شرط‌های مرزی آن به صورت نوسانی باشد اهمیت پیدا می‌کند.

**عدد ماخ  $M$ :** این عدد به صورت  $M = \frac{V}{C}$  تعریف می‌شود که در این رابطه  $C$  سرعت صوت است. عدد ماخ در مسائلی که تراکم پذیری سیال مهم است، اهمیت پیدا می‌کند.

**عدد فرود  $Fr$ :** این عدد به صورت  $Fr = \frac{V}{\sqrt{Lg}}$  تعریف می‌شود. عدد فرود در حرکت‌هایی که موج‌ها و سطح تولید می‌کند اهمیت دارد.

**مثال**  
\* مدل با مقیاس  $\frac{1}{10}$  از یک خط لوله ساخته شده است. در صورتی که افت فشار لوله مدل در آزمایشگاه برابر با  $1000 \text{ kPa}$  باشد، افت فشار لوله اصلی چند کیلو پاسکال تخمین زده می‌شود؟ (در هر دو لوله آب)